

文系学生の離散数学と微分積分学の習熟について
On proficiency of discrete mathematics and calculus
of students majoring in humanities

城戸 浩章

福岡女学院大学 教職支援センター
教育実践研究 第9号 抜刷

(2025年3月)

文系学生の離散数学と微分積分学の習熟について

On proficiency of discrete mathematics and calculus of students majoring in humanities

城戸 浩章

1 はじめに

多くの総合大学や文系大学では、全学共通科目として、自然科学系の講義が開講されていて、本学においては、その一つに「基礎数学」がある。筆者は「基礎数学」を2021年度から担当している。2021年度は遠隔授業で、2022年度からは対面授業で実施した。

「基礎数学」では、第1回に授業全体の説明と予備知識となる導入授業を行い、第2回から第8回までは第1部として離散数学を、第9回から第15回までは第2部として微分積分学を取り扱っている。

本学のカリキュラム改定により、2023年度以降に入学した学生は「基礎数学」を履修できなくなったことから、「基礎数学」は2024年度をもって終了することになった。その区切りとして、本稿では、対面授業で実施した2022年度から2024年度までの「基礎数学」で取り上げた離散数学と微分積分学の授業実践報告と所感を述べる。

なお、次節以降で、高等学校の数学と重複する内容に関しては、「高等学校 数学*相当」(*にはⅠ、Ⅱ、Ⅲ、A、B、Cのいずれかが入る)と記載するが、これは2022年度から実施されている現行の高等学校学習指導要領([1]、[2]を参照)に沿ったものなので、「基礎数学」を受講した学生の高等学校在学時のものとは異なる場合があることをあらかじめ断っておく。

2 導入編

数学を学ぶのにブランクのある学生が少なくないことを想定して、何をいまさらというところから始めることを心掛けた。そこで、第1回の導入授業では、自然数、整数、有理数、実数、複素数という数の種類について講義を行った。なお、数の種類についての講義資料については、事前にPDFファイルをGoogle Classroomに掲載した。

自然数と整数は思い出すことができて、有理数あたりからあいまいになってくる。有理数の定義を忘れてしまっている理系の学生もいるくらいであるから、有理数、実数、複素数についてはことさら丁寧に定義の解説を行った。

3 離散数学編

離散数学に関しては、[3]を教科書に指定して、受講者には購入してもらうようにした。[3]は離散数学について基礎からかみくだくように記述してある。また、多くの大学の数学の教科書では、練習問題の解答は答えだけしか掲載されていないが、[3]は巻末に解法の過程を含めているため、復習して理解度を確認するには最適である。

離散数学については、[3]をベースに講義資料を手書きで作成し、それをスキャナーでPDFファイルにして、事前に Google Classroom に掲載した。授業では、教科書と並行しながら講義資料のPDFファイルをプロジェクターで投影して解説を進めていった。離散数学では、以下の内容を取り扱った。

(1) 集合（高等学校 数学A相当）とベキ集合

離散数学を学ぶうえでの予備知識は集合くらいであるため、比較的受け入れやすかったと思われる。ただし、ベキ集合は高等学校では出てこないのもので、理解するのに苦労した者もいたであろう。

(2) 全称記号と存在記号

これは大学の数学ではじめて出てくる内容のため、記号の使用例を4つに分けて丁寧に解説した。全称記号と存在記号を含んだ命題を日本語に直す練習問題が[3]にはあり、それについての巻末の解答と自分の解いた答えが一致しないという質問を複数の学生から受けた。日本語に直す方法は一通りではないため、[3]の巻末の解答以外にも別解が存在することが原因だった。

(3) 行列（定義と行列の和、スカラー倍、積）

以前は高等学校で行列を学んでいたが、2012年度より実施された高等学校学習指導要領から除外されたことにより、文系理系を問わず、行列は大学で初出となった。[3]においても、行列（線形代数学）を学習していることを前提に書かれているため、行列についての講義資料を別途作成して、事前にPDFファイルをGoogle Classroomに掲載した。

高等学校で行列を学習しなくなったことから、やや複雑な定義である行列の積を解説してそれを学生に身につけてもらうのが大学で数学を教える者の使命となった。「基礎数学」でも行列の積を解説し、行列に関する練習問題をGoogle Classroomに掲載して行列の積を体得してほしかったのであるが、7回しかない離散数学の講義では、グラフの隣接行列を利用してグラフの経路の数を求めるといった内容を取り扱えなかったこともあり、行列の積が実用的に役に立つところを見せることができずに終わったため、行列の積を身につけてもらえたかどうかという点については課題が残ったと感じた。

(4) 直積集合と関係、関係の表現

関係や関係の合成については、[3]に図解つきの丁寧な解説が述べられていたため、理解し

やすかったと思う。

(5) 写像

写像になるかどうかといった判定や、全射であるか単射であるかといった判定は、理系の学生でも理解するのに苦労するところであるが、[3]では対象の集合を有限集合に限定しているため、比較的受け入れやすかったと思う。

(6) 置換

[3]では置換の積は右から行うように書かれていて、その点を強調して講義を行った。実数の演算では、カッコがついている場合を除いては左から行うことになっており、それが習慣として身につけているため、置換の積は右からということに戸惑った学生もいたようである。

4 微分積分学編

微分積分学に関しては、教科書は特に指定せず、[4]、[5]をベースに講義資料を手書きで作成し、それをスキャナーでPDFファイルにして、事前にGoogle Classroomに掲載した。授業では、講義資料のPDFファイルをプロジェクターで投影して解説を進めていった。微分積分学では、以下の内容を取り扱った。

(1) 関数についての基本的事項と関数の極限(高等学校 数学Ⅱ、数学Ⅲ相当)

主に有限集合を対象とする離散数学から、実数全体などの無限集合を対象とする微分積分学へ頭を切り替える必要があるため、初回は講義資料をやや少なめにした。微分積分学も7回という制約があるため、関数については、三角関数、指数関数、対数関数も取り上げたかったのであるが割愛し、多項式型の関数にとどめることにした。関数の極限については、不定形の極限を求める方法を例を2つ挙げて説明したが、受け入れやすい部分とそうでない部分に分かれたように感じた。

(2) 微分係数と導関数(高等学校 数学Ⅱ、数学Ⅲ相当)

微分係数は接線の傾きと密接に関係していることに重点をおいて解説したが、苦心しているようであった。曲線上の与えられた点での接線の方程式の求め方も解説したが、まずその点での微分係数を求め、それから直線の方程式の公式を利用するという二段階を踏むことになるため、学生にとっては身につけるのが難しかったという印象が残った。

(3) 種々の微分公式と関数の増減(高等学校 数学Ⅱ、数学Ⅲ相当)

実数倍、和、差の微分公式は受け入れやすかったようであるが、積、商、合成関数の微分公式は難しく感じていたようだった。導関数の表記としては、 y' 、 $f'(x)$ 、 $\frac{dy}{dx}$ を紹介したが、特に、 $\frac{dy}{dx}$ の表記に抵抗があるとも感じた。(合成関数の微分公式で $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$ を出さなければならないのでどうしても割愛することはできなかった。)

関数の増減については、平均値の定理を紹介してから関数の増減の定理を解説し、多項式関数の増減表の作成法とグラフの描画法を説明した。

（４）基本的な関数の不定積分と不定積分の置換積分法（高等学校 数学Ⅱ、数学Ⅲ相当）

積分は微分の逆の計算で求めるということに頭を切り替える必要があるため、微分がきちんと理解できていないと不定積分が求まらない。学生にとってはその切り替えが大変だったようである。また、複雑な関数の不定積分を求める方法として置換積分法を解説したが、これも難しく感じていたようだった。なお、多項式型の関数のみを取り扱ったため、部分積分法は取り上げなかった。

（５）基本的な関数の定積分、定積分の置換積分法、面積（高等学校 数学Ⅱ、数学Ⅲ相当）

定積分の計算には不定積分（原始関数）をきちんと求めることが必要不可欠である。不定積分の計算に苦心した学生には定積分も大変だったようである。また、不定積分と同様に、複雑な関数の定積分の値を求める方法として置換積分法を解説したが、さらに難しく感じていたようだった。なお、ここでも、部分積分法は取り上げなかった。

5 おわりに

離散数学については、予備知識が集合くらいで新鮮味があったことや、[3] が文系学生にもわかりやすく記述してあったことから、一定の習熟はあったと感じている。

一方、微分積分学については、一から解説したもの、各々の高等学校での数学の履修状況や理解度がすでに刷り込まれた状態になっていて苦手意識を「基礎数学」で払拭できなかったという課題が残った。また、微分積分学では教科書を指定しなかったのも、解説が例題のみであった。そのため、復習用の練習問題を用意しておくべきだった。

筆者は他学でも文系学生や理系学生の各種数学科目を担当しているのでこれらを生かしていきたいと思う。

「基礎数学」が2024年度をもって終了するということで、本学では全学共通の数学科目がなくなってしまい、2023年度以降に入学した学生は大学で数学に触れる機会がないことになる。文系学生であっても数学は基礎学力の一つであるので、何らかの形で文系学生にも受け入れやすい数学科目の復活を願って本稿の結びとしたい。

参考文献

[1] 高等学校学習指導要領（平成30年告示）第4節 数学

https://www.mext.go.jp/content/20230120-mxmt_kyoiku02-100002604_03.pdf (2025. 1. 13閲覧)

[2] 【数学編 理数編】高等学校学習指導要領（平成30年告示）解説

https://www.mext.go.jp/content/20230217-mxt_kyoiku02-100002620_05.pdf (2025. 1. 13閲覧)

[3] 石村園子著、やさしく学べる離散数学、共立出版、2007年

[4] 石村園子著、やさしく学べる基礎数学 一線形代数・微分積分一、共立出版、2001年

[5] 岩谷輝生、河合浩明、田中正紀共著、微分積分学入門 改訂版、学術図書出版社、2010年